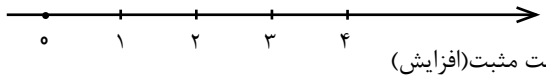
یک جایی روی محور

خسرو داوودی، سپیده چمن‌آرا، زهره پندی

کلیدواژه‌ها: عدد، محور اعداد، نمایش اعداد روی محور، کسر، تقریب، احتمال تجربی

ـ این چیه؟

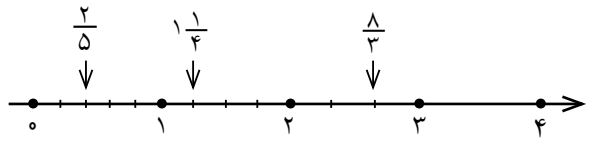
ـ بله، درست است! یک خط راست. می‌دانید که اگر من برای این خط راست، یک مبدأ انتخاب کنم (یک نقطه به عنوان جایی برای عدد صفر) و طولی را هم به عنوان واحد در نظر بگیریم، و جهتی را هم به عنوان جهت مثبت (یعنی جهت بزرگ‌تر شدنِ اعداد)، آن وقت به این خط می‌گوییم: محور اعداد!



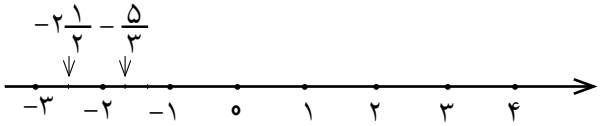
جهت مثبت(افزایش)

به این ترتیب، هر نقطه روی محور، یک عدد را مشخص می‌کند و هر عددهم، با نقطه‌ای روی محور نمایش داده می‌شود. مثلاً عددهای ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴ را در محور بالا کاملاً مشخص کرده‌ایم. خب ولی اعداد که فقط عددهای طبیعی ـ یا به قول خیلی‌ها، عددهای کامل ـ نیستند! $\frac{۸}{۳}$ هم عدد است، $\frac{۲}{۵}$ هم همین‌طور، $\frac{۱}{۴}$ هم همین‌طور. اگر بخواهیم جای این اعداد را روی محور اعداد مشخص کنیم، باید چه‌کار کنیم؟

می‌دانید که این اعداد کسری، در نقطه‌هایی بین عددهای طبیعی قرار می‌گیرند:



به همین ترتیب، نقاط زیادی بین نقاط اعداد طبیعی، با یک عدد کسری مشخص خواهند شد. تازه داشت یادم می‌رفت که از سمت چپ خط ما ـ یعنی محور اعداد ما ـ برای نمایش اعداد کوچک‌تر از صفر، یعنی عددهای منفی استفاده می‌شود.



نمایش کسرها روی محور

یک سؤال الآن به ذهنم رسید: اگر بخواهیم نقطهٔ نمایش کسر $\frac{۱۳۷}{۲۳۵}$ را روی محور اعداد پیدا کنیم، باید چه‌کار کنیم؟

خب، بگذارید اول کمی مرور کنیم که برای نمایش کسرِ مثلاً $\frac{۲}{۵}$ (که مثل کسرِ $\frac{۱۳۷}{۲۳۵}$، از واحد، یعنی عدد یک کوچک‌تر است) چه‌کار می‌کنیم: پاره‌خط بین ۰ و ۱ را به ۵ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم (چون مخرج کسر ۵ است) و بعد از صفر، ۲ تا قسمت می‌شماریم و به راست حرکت می‌کنیم (چون $\frac{۲}{۵}$، به اندازهٔ ۲ تا $\frac{۱}{۵}$ از صفر بیشتر است). پس برای کسر $\frac{۱۳۷}{۲۳۵}$، پاره‌خط بین ۰ و ۱ را باید به ۲۳۵ قسمت مساوی تقسیم کنیم ـ دقت کنید: ۲۳۵ قسمت! ـ بعد از صفر،

۱۳۷ قسمت بشماریم و به سمت راست بیاییم. ولی به نظر شما، می‌توانیم این پاره‌خط را به ۲۳۵ قسمت مساوی کنیم؟ من که نمی‌توانم! بگذارید ببینم راه دیگری هست.

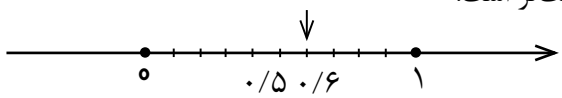
در کلاس ششم دبستان یاد گرفتیم که با تقسیم صورت کسر بر مخرج کسر، می‌توان آن را به صورتِ اعشاری نشان داد:

$$\frac{۱۳۷}{۲۳۵} \simeq ۰/۵۸۲۹۷۸۷...$$

البته بقیهٔ رقم‌های اعشاریِ آن را ننوشتیم. حالا حداقل می‌توانیم بفهمیم که عددِ کسری $\frac{۱۳۷}{۲۳۵}$، نزدیک به عددِ ۰/۵ است (و از آن بزرگ‌تر است). حتی می‌توانیم آن را با تقریب کمتر از ۰/۱ گرد کنیم، در این صورت

$$\frac{۱۳۷}{۲۳۵} \simeq ۰/۶ = \frac{۶}{۱۰}$$

یعنی عدد موردنظر ما، به $\frac{۶}{۱۰}$ خیلی نزدیک‌تر است. به این ترتیب می‌توانیم کسر $\frac{۱۳۷}{۲۳۵}$ را به صورت تقریبی نمایش دهیم: تقسیم کردنِ پاره‌خط بین ۰ و ۱ به ده قسمت، خیلی راحت‌تر است.



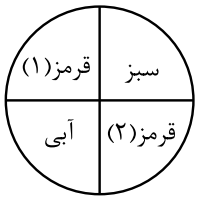
اگر دوست دارید، شما هم می‌توانید با ماشین‌حساب نخست نمایش اعشاریِ کسرهای زیر را به دست آورید، بعد با تقریب کمتر از ۰/۱ آن‌ها را گرد کنید تا نقطهٔ نمایش آن‌ها را به صورت تقریبی روی محور اعداد بیابید:

$$\frac{۲۷۵۹}{۴۳۸۵} \quad و \quad \frac{۹۸۷}{۱۳۹۲} \quad و \quad \frac{۴۷۹}{۷۵۳}$$

راستی، می‌توانید حدس بزنید چرا همهٔ مثال‌ها را از کسرهای کمتر از واحد انتخاب کردیم؟ خب اگر چیزی به ذهنتان نمی‌رسد، ادامهٔ مطلب را بخوانید.

احتمال تجربی

در یک آزمایش تصادفی قابل تکرار با جمع‌آوری نتایج آزمایش‌های تکراری، می‌توانیم احتمال تجربی رخ دادن هریک از حالت‌های آزمایش را پیدا کنیم.



مثلاً یک صفحه مانند شکل روبه‌رو با عقربه‌ای چرخان داشتیم. عقربه را می‌چرخاندیم و هر بار به طور تصادفی عقربه روی یکی از رنگ‌ها می‌ایستاد.

این وسیله را سر یک کلاس ۳۰ نفره بردیم. هر کدام از بچه‌ها ۱۰ بار عقربه را چرخاند و نتایج چرخاندن عقربه را در جدولی یادداشت کرد. جدول ۱ نمونه‌ای از جدول پرشده توسط یکی از آن‌هاست.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
رنگ	قرمز ۱	سبز	قرمز ۲	زرد	قرمز ۱	قرمز ۲	آبی	آبی	سبز	آبی

جدول ۱. جدول پرشده توسط یکی از دانش‌آموزان

سپس هر گروه پنج نفره، نتایج آزمایش‌های گروهش را در یک جدول جمع‌بندی کرد.

جدول ۲ نمونه‌ای از جدول پرشده در یکی از گروه‌هاست.

رنگ	تعداد	نسبت به کل آزمایش‌ها
قرمز (۱)	۱۳	$\frac{۱۳}{۵۰}=۰/۲۶$
قرمز (۲)	۱۱	$\frac{۱۱}{۵۰}=۰/۲۲$
آبی	۹	$\frac{۹}{۵۰}=۰/۱۸$
سبز	۱۷	$\frac{۱۷}{۵۰}=۰/۳۴$

جدول ۲. جدول پرشده در یک گروه

به نسبت ایستادن عقربه روی هر قسمت به کل آزمایش‌ها (۵۰ آزمایش) خوب نگاه کنید (جدول ۲)

پس از آن گروه‌ها نتایج جمع‌بندی شده را اعلام کردند و ما همهٔ نتایج را در جدولی روی تخته ثبت کردیم.

رنگ	تعداد	نسبت به کل آزمایش‌ها
قرمز (۱)	۷۲=۱۳+۱۱+۱۰+۱۱+۱۶+۱۱	۰/۲۴
قرمز (۲)	۷۷=۱۱+۱۴+۱۲+۱۲+۱۲+۱۶	۰/۲۶
آبی	۸۳=۹+۱۳+۱۸+۲۰+۱۳+۱۰	۰/۲۸
سبز	۶۸=۱۷+۱۲+۱۰+۷+۹+۱۳	۰/۲۳

جدول ۳. نتایج نهایی

به نسبت ایستادن عقربه روی هر قسمت به کل آزمایش‌ها (۳۰۰ آزمایش) خوب نگاه کنید! این اعداد با تقریب کمتر از ۰/۰۱ گرد شده‌اند. به نظر می‌رسد این نسبت‌ها یا به عبارت دیگر احتمال تجربی ایستادن عقربه روی هریک از قسمت‌ها، در ۳۰۰ آزمایش به هم نزدیک شده‌اند. راستی حالا می‌توانید بگویید چرا مثال‌هایی که در ابتدای این مقاله برای نمایش کسرها روی محور اعداد آورده‌ایم، همگی مثال‌هایی از کسرهای بین صفر و یک بودند؟